I Kriterien für Extremstellen, Seite 8

1 a) Ableitungen: $f'(x) = 4x^3 - 12x^2$; $f''(x) = 12x^2 - 24x$
Nullstellen von f' bestimmen: $4x^3 - 12x^2 = 0$
Faktorisieren: $4x^2 \cdot (x-3) = 0$
Nullstellen von f': $x_1 = 0$; $x_2 = 3$
Überprüfung mit der zweiten Ableitung: $f''(0) = 0$; $f''(3) = 36$
An der Stelle 3 hat der Graph von f ein Minimum, die Stelle 0 muss mithilfe des Vorzeichenwechselkriteriums von f' weiter untersucht werden: Es ist $f'(-1) < 0$ und $f'(1) < 0$, d.h. an der Stelle 0 hat der Graph von f einen Sattelpunkt.
Extrempunkt des Graphen von f: $f(3) = -19$; $E_{min}(3|-19)$
b) Ableitungen: $f'(x) = -6x^3 + 12x^2 - 6x$;
$f''(x) = -18x^2 + 24x - 6$
Nullstellen von f' bestimmen: $-6x^3 + 12x^2 - 6x = 0$
Faktorisieren: $-6x \cdot (x^2 - 2x + 1) = 0$
Nullstellen von f': $x_1 = 0$; $x_2 = 1 \pm \sqrt{1-1}$; $x_2 = 1$
Überprüfung mit der zweiten Ableitung: $f''(0) = -6$; $f''(1) = 0$
An der Stelle 0 hat der Graph von f ein Maximum, die Stelle 1 muss mithilfe des Vorzeichenwechselkriteriums von f' weiter untersucht werden: Es ist $f'(0{,}5) = -0{,}75 < 0$ und $f'(2) = -12 < 0$, d.h. an der Stelle 1 hat der Graph von f einen Sattelpunkt.
Extrempunkt des Graphen von f: $f(0) = 5$; $E_{max}(0|5)$

2 Tief; $T(0|0)$; 0; 0; 0;
Vorzeichenwechselkriteriums

3

$-3 < x < 3$: $f'(x) > 0$	$-3 < x < 0$: $g'(x) < 0$
	$0 < x < 3$: $g'(x) > 0$
$-3 < x < 3$: $f''(x) > 0$	$-3 < x < 3$: $g''(x) > 0$
$-3 < x < 3$: $h'(x) > 0$	$-3 < x < -1$: $i'(x) > 0$
	$-1 < x < 3$: $i'(x) < 0$
$-3 < x < 0$: $h''(x) > 0$	$-3 < x < 1$: $i''(x) < 0$
$0 < x < 3$: $h''(x) < 0$	$1 < x < 3$: $i''(x) > 0$

4 a) $H(6|9)$ b) $T(6|-22)$ c) $H(-6|11)$
d) $H(8|11)$ e) $T\left(6\middle|\frac{1}{121}\right)$ f) $H(-3|11)$

5 a) $H(1|1)$ $T(2|0)$
b) $H(-1{,}95|2{,}47)$ $T(-0{,}348|1{,}98)$ $H(0{,}295|2{,}02)$
c) $H(0|0)$ $T(10|-5000)$
d) $T(0{,}135|0{,}934)$ $H(2{,}23|5{,}12)$ $T(5{,}63|25{,}4)$