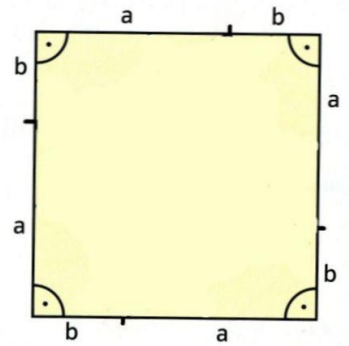
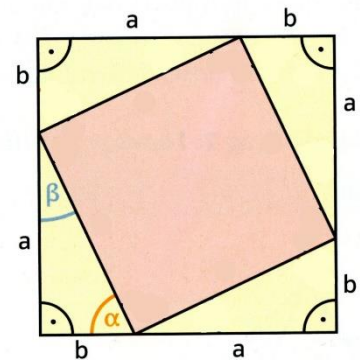
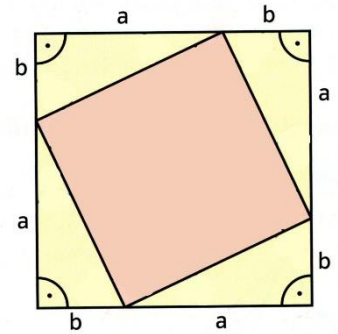


# Der Satz des Pythagoras

1. Die Zeichnung zeigt ein Quadrat mit der Seitenlänge \_\_\_\_\_
2. Verbindet man die Verbindungsstellen zwischen a und b so erhält man ein innenliegendes \_\_\_\_\_.
3. Begründe, dass das innenliegende \_\_\_\_\_ ein Quadrat ist!



- a. Außen entstehen vier \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_.
- b. Diese vier \_\_\_\_\_ sind \_\_\_\_\_  
oder deckungsgleich, denn sie stimmen in zwei  
\_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_ sowie dem dazwischen  
liegenden \_\_\_\_\_ überein, folglich sind die Dreiecke  
alle \_\_\_\_\_.
- c. Wenn die Dreiecke aber alle kongruent sind, dann stimmen sie  
auch in den anderen beiden \_\_\_\_\_ und  
\_\_\_\_\_ überein.
- d. Die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  sind in einem Dreieck eingezeichnet.  
Zeichne sie in den rechtlichen drei Dreiecken ein.
- e. Damit treten an jeder Ecke des roten \_\_\_\_\_  
die Winkel \_\_\_\_\_ und \_\_\_\_\_ auf. Es gilt aber, da jedes Dreieck  
\_\_\_\_\_ ist,  $\alpha + \beta = \text{_____}^\circ$ . Damit muss  
jeder der vier Innenwinkel des innenliegenden roten Vierecks  
aber auch \_\_\_\_\_ sein und weil die Dreiecke kongruent  
sind, alle vier Seitenlängen des Vierecks  
\_\_\_\_\_ sein. Das innenliegende  
Viereck ist also ein \_\_\_\_\_.  
Wir bezeichnen die Seitenlänge des Quadrates mit c!



4. Es gilt:
  - a. Der Flächeninhalt des gesamten Quadrates ist:  $(\text{_____} + \text{_____})^2 = \text{_____}^2 + \text{_____} + \text{_____}^2$
  - b. Der Flächeninhalt des roten innenliegendes Quadrates ist \_\_\_\_\_
  - c. Der Flächeninhalt eines gelben Dreieckes ist:  $\frac{1}{2} \cdot \text{_____} \cdot \text{_____}$
  - d. Den Flächeninhalt des roten Quadrates kann man aber auch wie folgt berechnen:  
Flächeninhalt rotes Quadrat = Fläche des gesamten Quadrat - 4·Fläche gelbe Dreiecke

$$c^2 = (\text{_____} + \text{_____})^2 - 4 \cdot \text{_____}$$

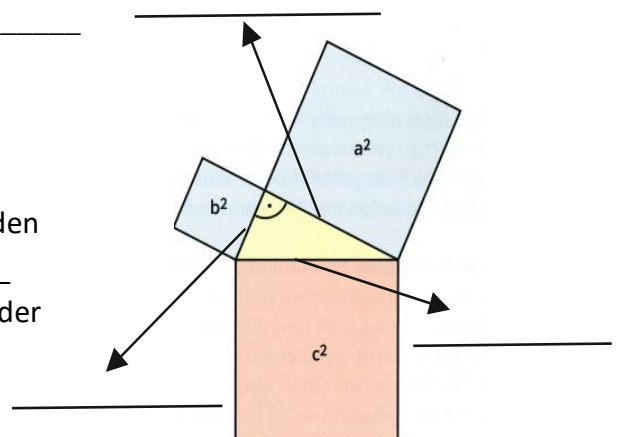
$$= a^2 + \text{_____} + \text{_____} - 2 \cdot \text{_____}$$

$$= a^2 + \text{_____}$$

Also:  $a^2 + \text{_____} = \text{_____}$

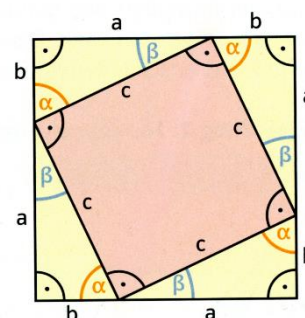
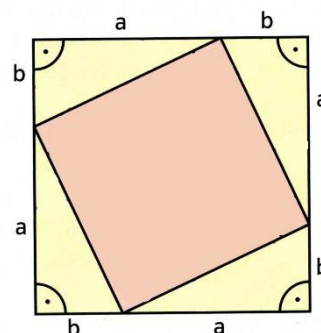
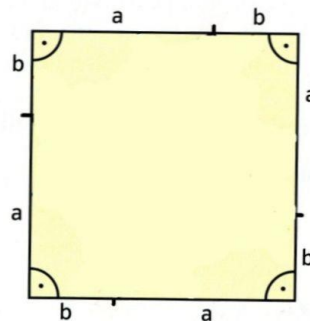
5. **Geometrische Deutung**  
In einem \_\_\_\_\_ Dreieck sind die beiden  
\_\_\_\_\_ über den \_\_\_\_\_  
zusammengenommen **flächengleich** zum Quadrat über der  
\_\_\_\_\_. In Formelsprache:

$$a^2 + \text{_____} = \text{_____}$$



# Der Satz des Pythagoras

1. Die Zeichnung zeigt ein Quadrat mit der Seitenlänge   a + b
2. Verbindet man die Verbindungsstellen zwischen a und b so erhält man ein innenliegendes   Viereck  .
3. Begründe, dass das innenliegende   Viereck   ein Quadrat ist!
  - a. Außen entstehen vier   rechtwinklige     Dreiecke  .
  - b. Diese vier   Dreiecke   sind   kongruent   oder deckungsgleich, denn sie stimmen in zwei   Seitenlängen     a   und   b   sowie dem dazwischen liegenden   Winkel   überein, folglich sind die Dreiecke alle   kongruent  .
  - c. Wenn die Dreiecke aber alle kongruent sind, dann stimmen sie auch in den anderen beiden   anderen Winkel     α   und   β   überein.
  - d. Die Winkel α und β sind in einem Dreieck eingezeichnet. Zeichne sie in den rechtlichen drei Dreiecken ein.
  - e. Damit treten an jeder Ecke des roten   Vierecks   die Winkel   α   und   β   auf. Es gilt aber, da jedes Dreieck   rechtwinklig   ist,  $\alpha + \beta = 90^\circ$ . Damit muss jeder der vier Innenwinkel des innenliegenden roten Vierecks aber auch   90  ° sein und weil die Dreiecke kongruent sind, alle vier Seitenlängen des Vierecks   gleichlang   sein. Das innenliegende Viereck ist also ein   Quadrat  .



4. Es gilt:
  - a. Der Flächeninhalt des gesamten Quadrates ist:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - b. Der Flächeninhalt des roten innenliegenden Quadrates ist   c<sup>2</sup>
  - c. Der Flächeninhalt eines gelben Dreieckes ist:  $\frac{1}{2} \cdot a \cdot b$
  - d. Den Flächeninhalt des roten Quadrates kann man aber auch wie folgt berechnen:  
Flächeninhalt rotes Quadrat = Fläche des gesamten Quadrat - 4 · Fläche gelbe Dreiecke

$$\begin{aligned}
 c^2 &= (a + b)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \\
 &= a^2 + 2a \cdot b + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \\
 &= a^2 + b^2
 \end{aligned}$$

Also:  $a^2 + b^2 = c^2$

5. **Geometrische Deutung**  
In einem   rechtwinkligen   Dreieck sind die beiden   Quadrate   über den   Katheten   zusammengenommen   flächengleich   zum Quadrat über der   Hypotenuse  . In Formelsprache:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

