Bei einem 100-m-Lauf starten 8 Läufer. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 8 Läufer auf 8 Startbahnen zu verteilen?

Bei der Lösung des Problems können wir uns vorstellen, dass wir für die erste Startbahn _____ Möglichkeiten haben. Für die zweite Startbahn gibt es noch ______ Möglichkeiten, einen Läufer auszuwählen. Folglich gibt es für die dritte Startbahn noch _____ Möglichkeiten. Dies geht so weiter, so dass für die achte Startbahn noch ______ Möglichkeit übrig bleibt. Alle Möglichkeiten müssen dann miteinander _________________________ werden. Also ergeben sich:

____•_____•_____•_____•_____•______•_______•______ = _______________________ Möglichkeiten.

Die Situation ist also vergleichbar mit einer Urne, in der sich _______ _____________________ Kugeln befinden und es wird ________ mal gezogen aber ohne _____________________________.

Hätte man nur 6 Läufer auf 6 Bahnen verteilen müssen, so wäre dies auf _______________________ = _________ Arten möglich gewesen.

Wären es n Sportler gewesen, so hätte man folgendes Produkt bilden müssen:

n • ________•(n - 2)•_______•…….• 4 •_____ • _____ • _____. Dies Produkt hat eine Bezeichnung bekommen und wird auch n! (gelesen **n-Fakultät**) genannt. **Dabei gilt: 0! = 1**

<u>Berechne:</u> a) 10! = ________________ b) 13! = __________________ c) 5! = __________

d) $\frac{14!}{12!}$ = _________________ e) $\frac{10!}{2!\cdot 6!}$ = _______________________ f) $\frac{50!}{45!\cdot 7!}$ =

<u>Vereinfache:</u>

a) $\frac{n!}{(n-1)!}$ b) $\frac{(n+2)!}{n!}$ c) $\frac{(k-2)!}{k!}$

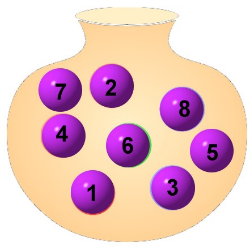
Auf wie viele Arten kann man 7 Personen auf 7 Theaterplätze nebeneinander verteilen?

____

Auf wie viele Arten kann ein Lieferant 4 Geschäfte nach einander beliefern?

____

Es gibt _______ Möglichkeiten n-Dinge auf n Plätze ______________________. Man sagt auch: Die Anzahl der **Permutationen** von n Elementen ist _______ gelesen _____ ____________________.



Stellen wir uns wieder vor, dass in einer Urne 8 Kugeln sind, es werden aber nur 3 Kugeln entnommen. Wie viele Möglichkeiten gibt es nun?

Für die erste Kugel gibt es dann wieder _________ Möglichkeiten, für die zweite Kugel ________ und für die dritte Kugel ______ Möglichkeiten, also _______•________•_______ = _________ Möglichkeiten.

Sind nun n Kugeln in der Urne und es sollen k Kugeln (k<n) gezogen werden, so gibt es für die **erste** Kugel _____ Möglichkeiten, für die **zweite** Kugel ________ Möglichkeiten, für die **dritte** Kugel _________ , für die **vierte** Kugel _________ und für die **k-te Kugel** n – (_______) = n - ____________ Möglichkeiten.

Also um n Dinge auf k Plätze zu verteilen (k<n) gibt es n•________•(n-2)•________•………•________________ Möglichkeiten.

Dieser Ausdruck ist aber gleichbedeutend mit dem Ausdruck $\frac{n!}{(n-k)!}$. Versuchen wir dies an einem Beispiel zu verstehen:

Bei 8 Kugeln und drei Plätzen gibt es also $\frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{(\ldots\ldots\ldots\ldots)!} = \frac{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{1} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ Möglichkeiten.

Bei 15 Kugeln auf 6 Plätzen gibt es also $\frac{15!}{(\ldots\ldots\ldots\ldots)!} = \frac{15!}{\ldots\ldots\ldots\ldots} =$ Möglichkeiten.

Auf wie viele Arten kann man 10 Personen auf 5 Plätze verteilen?

____

Auf wie viele Arten kann 6 Modellkleider auf 4 Modells verteilen?

____

Auf wie viele Möglichkeiten kann man 12 verschiedenfarbige Drähte auf 6 Anschlüsse klemmen?

____

Auf wie viele Möglichkeiten kann man 49 verschiedene Kugeln auf 6 Positionen verteilen?

____

Die letzte Situation mit den 49 Kugeln auf 6 Positionen erinnert sehr an das Lotto-Spielen. Aber es gibt einen großen Unterschied. Beim Lotto-Spielen kommt es nicht auf die ________________________ der Kugeln an. Es spielt keine Rolle, ob man beispielsweise die Kugel mit der Nummer 5 zuerst oder an zweiter ______________ oder ob man sie zum ________________ zieht. Nehmen wir also an, die Kugeln ①②③④⑤ und ⑥ wären die Glückszahlen am nächsten Samstag. Um nun alle Möglichkeiten beim Lotto auszurechnen muss man alle mö__________________ An______________________ der sechs Kugeln berechnen. Es gibt __________ = ____________ Möglichkeiten, die sechs Kugeln auf verschiedene Arten anzuordnen. Also muss man den Ausdruck $\frac{49!}{(\ldots\ldots\ldots\ldots)!}$ noch durch ____________ ___________________, um die Anzahl der Möglichkeiten beim Lotto-Spielen zu erhalten

Es gibt also $\frac{49!}{(\ldots\ldots\ldots\ldots)! \cdot \ldots\ldots!} = \frac{49!}{(\ldots\ldots)! \cdot \ldots\ldots!} =$ ______________________ Möglichkeiten beim Lotto-Spielen 6 Kugeln aus 49 auszuwählen, weil es auf die ______________________________ der Kugeln **nicht** ______________________

Diesen Ausdruck nennt man auch den **Binomialkoeffizient n über k** geschrieben: $\binom{n}{k}$ Es gilt: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$ also:

$\binom{49}{6} =$ ________________ = ________________________________ Möglichkeiten

Berechne: a) $\binom{6}{2}$ b) $\binom{10}{4}$ c) $\binom{18}{3}$ d) $\binom{5}{0}$ e) $\binom{20}{7}$ f) $\binom{n}{n-k}$