

**Beweis:** Die Zahl  $x$  für die gilt:  $x^2=2$  ist keine rationale Zahl.

**Annahme**  $x$  wäre eine \_\_\_\_\_ Zahl. Dann müsste man die Zahl  $x$  als \_\_\_\_\_ schreiben

können. Die Zahl  $x$  hätte dann die Darstellung:

$$x = \frac{p}{q} \text{ mit } p \text{ und } q \text{ _____ Zahlen und der Bruch ist vollständig _____}$$

$p$  und  $q$  haben also keinen gemeinsamen \_\_\_\_\_. Es gilt also  $q$  \_\_\_\_\_  $p$  und  $q$  \_\_\_\_\_ 1

Quadriert man die Gleichung, so erhält man

$$x^2 =$$

Für  $x^2$  darf man \_\_\_\_\_ schreiben, man erhält also:

$$\text{_____} = \left(\frac{p}{q}\right)^2 = \text{_____}$$

Umstellen der Gleichung nach  $p^2$  liefert

$$2 \cdot \text{_____} = p^2 \quad \text{[Gleichung *]}$$

Diese Gleichung besagt, dass  $p^2$  durch \_\_\_\_\_ teilbar ist.

Wenn eine Quadratzahl  $p^2$  durch \_\_\_\_\_ teilbar ist, dann auch die Zahl \_\_\_\_\_ selbst.

Also wenn  $p$  durch 2 teilbar ist, dann kann man  $p$  schreiben als  $p = \text{_____} \cdot r$  und dabei ist  $r$  eine \_\_\_\_\_ Zahl

Setzt man dies in die Gleichung \* ein, so erhält man:

$$2 \cdot \text{_____} = (\text{_____})^2 = 4 \cdot \text{_____} \text{ also } q^2 = \text{_____}$$

Das heißt aber, dass auch  $q^2$  durch \_\_\_\_\_ teilbar ist, dann aber ist auch  $q$  durch \_\_\_\_\_.

Also sind sowohl  $p$  als auch  $q$  \_\_\_\_\_

Dies ist ein \_\_\_\_\_ zur Annahme, dass  $p$  und  $q$  \_\_\_\_\_ sind.

Folglich ist die Annahme \_\_\_\_\_

Das aber heißt, dass die Zahl  $x$ , die die Gleichung  $x^2=2$  erfüllt nicht als \_\_\_\_\_ geschrieben werden kann.

Die Zahl  $x$  ist also keine \_\_\_\_\_ Zahl. Solche Zahlen heißen \_\_\_\_\_ Zahlen.

Irrationale Zahlen sind \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ Dezimalzahlen